

Simple random walks
in the plane:
An energy based approach

Bernard Beauzamy
Société de calcul mathématique S.A. Prix : 50 €
ISBN : 979-10-95773-01-6

Cet ouvrage de 200 pages traite des marches aléatoires dans le plan. Il est abondamment illustré par des graphiques d'expériences numériques, ce qui facilite la compréhension. Le livre s'articule en cinq parties : Les concepts de base, le cas où les deux joueurs ont des fortunes initiales égales, puis différentes. La quatrième partie approfondit le rôle des barrières absorbantes et la dernière partie présente de nouvelles estimations quantitatives très précises concernant la loi de Khinchin du logarithme itéré.

L'auteur a choisi de motiver l'étude par l'affrontement de deux joueurs à un jeu de pile ou face, perdant ou gagnant un euro à chaque tour selon le résultat. Pour le mathématicien, le gain d'un joueur à l'étape N , noté S_N est une somme de variables aléatoires de Rademacher (prenant les valeurs ± 1 avec la probabilité $1/2$). Un des principaux résultats, dû au mathématicien russe Alexandre Khintchine (ou Khinchin) (1894-1959) stipule que, si $\phi(x) = \sqrt{2x \ln(\ln x)}$, alors la limite supérieure du quotient $\frac{S_N}{\phi(n)}$ est égale à 1, et l'inférieure à -1 , ce qui souligne le comportement oscillant des gains. Pour mener à bien cette étude, l'auteur a choisi une approche basée sur la diffusion d'une quantité d'énergie, initialement placée à l'origine, à travers le réseau des points accessibles par une marche aléatoire à partir de l'état initial $(0,0)$ - en fait la distribution d'énergie initiale peut-être plus complexe et s'étendre à toute la droite verticale -. En plus des outils classiques, Théorie des opérateurs, matrices, valeurs et vecteurs propres, polynômes de Chebychev, Bernard Beauzamy utilise la notion de barrière absorbant l'énergie, c'est-à-dire une courbe $y = b(x)$ qui annihile la marche S_N lorsque celle-ci la rencontre, faisant ainsi disparaître l'énergie transportée.

Ce thème des marches aléatoires dans le plan a fait récemment son apparition dans certains sujets de concours d'entrée aux grandes écoles, et cet ouvrage devrait donc intéresser les élèves et les enseignants, désireux (pour peu qu'ils maîtrisent la langue anglaise), d'approfondir leurs connaissances, en vue par exemple d'un TIPE.