



Tests Industriels :

Comment les définir ?

Comment utiliser les résultats ?

Bernard Beauzamy

Novembre 2018

1. Tester un échantillon

Avant de mettre un produit sur le marché, l'Industriel procède à des tests, sur un petit échantillon ; il analyse les résultats de ces tests et en déduit une estimation des appels à la garantie (produits défectueux), lorsque le matériel aura été mis sur le marché. De la même façon, lorsqu'un produit nouveau apparaît, on note le nombre de plaintes, de retours. La question se pose au fabricant : que déduire de ces informations négatives ? Faut-il immédiatement arrêter la commercialisation du produit si elles sont trop nombreuses ?

La réponse est évidemment oui s'il s'agit d'un médicament, d'un vaccin, d'un système de freinage, de toute situation où aucune défaillance n'est permise. Mais nous parlons ici de produits industriels (des radiateurs, des aspirateurs, etc.) pour lesquels une certaine proportion de pannes est acceptable : elle sera couverte par la garantie.

Habituellement, l'Industriel a une idée assez précise du nombre d'appareils qu'il va mettre sur le marché, par an : cela résulte de ses capacités de production et de la logistique. Mettons par exemple qu'il envisage la commercialisation de $N = 10\,000$ radiateurs par an.

Au préalable, il envisage de tester un petit nombre d'appareils, mettons $M = 200$. Ce nombre va dépendre des capacités de test que l'Industriel peut mobiliser, de son budget pour cela, du temps dont il dispose, etc. Il aimerait que ce nombre soit le plus petit possible (les tests coûtent cher), mais en même temps qu'ils soient les plus significatifs possible.

Une fois que les radiateurs sont mis sur le marché, l'Industriel craint un taux de rejet (appel à la garantie) trop élevé. Il se fixe une borne, mettons $r = \frac{1}{100}$; cela signifie qu'il accepte que, par an, au plus 100 appareils sur 10 000 soient renvoyés au SAV. Ceci résulte de considérations économiques : si le retour au SAV est trop important, l'Industriel perd de l'argent et sa réputation souffre.

L'Industriel se pose donc deux questions :

- Comment fixer M , nombre total de tests qu'il fera ?
- Que déduire du nombre m d'objets défectueux parmi les M objets testés ?

2. Comment fixer M ?

On admet volontiers que les tests coûtent cher, surtout s'il s'agit d'essais destructifs (on est obligé de sacrifier un exemplaire). On admet volontiers que l'Industriel, faute de temps et de moyens, soit obligé de limiter le nombre. Néanmoins, un nombre de quelques unités (par exemple $M = 5$) pour préjuger de ce qui se passera pour quelques milliers (par exemple $N = 10\,000$) est totalement ridicule : l'information est infime.

Il existe une formule qui donne l'intervalle de confiance pour le taux de risque, en fonction du nombre de tests. Le taux de risque est la probabilité (inconnue par définition) que l'appareil tombe en panne. La formule est la suivante :

Prenons $\varepsilon = 0.05$ (confiance à 95%) ; supposons que l'on ait réalisé M tests et que l'on ait trouvé m objets défectueux. Alors :

$$P\{\lambda_1 < \lambda < \lambda_2\} \geq 1 - \varepsilon \text{ (ici 0.95)}$$

où :

$$\lambda_1 = \frac{\delta - u}{1 + \delta} \text{ (prendre 0 si ce nombre est négatif),}$$

$$\lambda_2 = \frac{\delta + u}{1 + \delta},$$

$$\text{avec } \delta = \frac{m}{M - m}, \quad u = \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon}{M + 1}\right)^{\frac{1}{M - m}}}.$$

La taille de l'intervalle dépend assez peu du nombre m d'objets défectueux. Par exemple, si $M = 200$, on trouve $0-0.20$ comme intervalle de confiance à 95% ; autrement dit, dans l'avenir, la proportion d'objets défectueux peut atteindre 20%, ce qui est énorme.

Dans le cas $M = 5$ (on ne teste que 5 objets), l'intervalle de confiance à 95% sera $0-0.93$, autrement dit, dans l'avenir, la proportion d'objets défectueux peut dépasser 90% : en d'autres termes, le test est de peu d'intérêt.

La Nature ne nous fait pas de cadeau, comme d'habitude : l'écart-type est en $\frac{1}{\sqrt{M}}$; il faut quadrupler le nombre de tests pour le diviser par deux (voir [MPPR], chapitre 14). La théorie montre qu'il faudrait faire environ 4 500 tests pour estimer convenablement la première décimale de λ (savoir par exemple s'il est entre 0.6 et 0.7).

Nos recommandations seront donc les suivantes :

- Faire le plus grand nombre de tests possible, répartir ces tests entre différentes usines, différentes équipes, différentes conditions de fabrication (ne pas privilégier une situation qui paraît plus favorable que les autres) ;
- Une fois que le nombre M de tests à faire a été fixé, les faire tous avant de tirer une conclusion, positive ou négative.

Ceci est souvent mal compris, si bien que nous allons y insister. L'Industriel décide de faire 200 tests et décide qu'il mettra l'appareil sur le marché si le nombre d'objets défectueux est 0 ou 1 parmi les 200.

Imaginons qu'il fasse 100 tests pour commencer, et qu'il trouve 1 objet défectueux. Il se dira sans doute "c'est horrible, j'arrête tout, puisque j'ai déjà un objet défectueux parmi 100". Ce raisonnement est erroné : il se peut très bien que les 100 tests suivants ne montrent aucun objet défectueux, et par conséquent que le critère, défini sur les 200, soit validé.

A l'inverse, imaginons qu'il fasse 100 tests pour commencer, et qu'il ne trouve aucun objet défectueux. Incorrigible optimiste, il peut se dire "inutile de continuer les tests, ma production est parfaite, et je mets sur le marché". Erreur funeste, car il se peut parfaitement que les 100 tests suivants montrent deux objets défectueux, et le critère de mise sur le marché ne sera pas validé.

En résumé, il y a des hétérogénéités, que l'on sait calculer : une tranche de 100 n'est pas représentative d'une tranche de 200. Il ne faut pas pêcher par excès de pessimisme ni excès d'optimisme, et il faut aller jusqu'au bout des tests avant de tirer une conclusion.

3. Que déduire de l'observation de l'échantillon ?

Admettons que l'on ait observé m produits défectueux sur M essais, la probabilité d'observer n produits défectueux sur une production totale de N (ici $N = 10\,000$) est donnée par la formule (voir [MPPR], chapitre 14) :

$$p(n, N; m, M) = \frac{M+1}{M+N+1} \frac{\binom{M}{m} \binom{N}{n}}{\binom{M+N}{m+n}}$$

La probabilité que l'Industriel soit satisfait (nombre d'appels au SAV au plus égal à 100) est :

$$S = \sum_{n \leq 100} p(n, N; m, M)$$

Voyons des exemples numériques :

- Si lors des 200 tests, aucun n'appareil n'a été défectueux ($m=0$), la probabilité qu'il soit satisfait est 0.86 ;
- Si lors des 200 tests, un seul appareil a été défectueux ($m=1$), la probabilité qu'il soit satisfait est 0.59 ;
- Si lors des 200 tests, deux appareils ont été défectueux ($m=2$), la probabilité qu'il soit satisfait est 0.33 (mais, dans ces conditions, l'Industriel s'abstient avec raison de lancer sur le marché).

4. Après la mise sur le marché

Bien entendu, le retour d'expérience après la mise sur le marché doit être utilisé : cela augmente d'autant le nombre de tests. L'Industriel doit alors s'assurer qu'il a mis en place un système d'information approprié : les responsables des SAV doivent informer le contrôle qualité des pannes dont ils ont connaissance.

5. Référence

[MPPR] Bernard Beauzamy : Méthodes probabilistes pour l'étude des phénomènes réels, ISBN : 2-9521458-0-6, Editions de la SCM, seconde édition, 2016.