

Mauvaises modélisations et faux problèmes

par Bernard Beauzamy
PDG, Société de Calcul Mathématique S. A.

(article paru dans la Gazette de la Société Mathématique de France, mai 2004)

Un grand nombre de situations de la vie courante semblent donner naissance, pour celui qui a un esprit curieux, à un problème d'optimisation. Les variables sont nombreuses, les occurrences fréquentes, et on se dit qu'il y a quelque chose à faire pour améliorer la solution usuelle. Aussitôt dit, aussitôt fait : voilà la recherche académique qui se lance sur ces sujets ; les publications arrivent ; on démontre des résultats et des théorèmes et, quelques années plus tard, les thèmes en question sont enseignés dans les DEA et DESS. Tout fiers, les étudiants font état de cette expertise sur leur CV et sont tout surpris que le monde industriel ne leur fasse pas le plus chaleureux accueil et manifeste, bien au contraire, une certaine réserve.

C'est qu'il s'agit souvent d'une mauvaise modélisation et d'un faux problème. On s'est lancé tout de suite dans une description académique qui ignore les contraintes réelles. La modélisation faite n'est pas une simplification (ce qui serait acceptable) ; elle représente une perversion, destinée en réalité à fournir un cadre pour des théorèmes. Les applications sont un alibi, mais cet alibi ne trompe pas les véritables usagers, qui s'aperçoivent tout de suite que les véritables contraintes n'ont pas été prises en compte. Les auteurs de théorèmes n'ont pas été sur le terrain !

Nous allons traiter trois exemples, chacun dans un domaine différent.

1. L'empilement des oranges

Un problème de géométrie ancien s'énonce ainsi : quelle est la disposition de sphères dans un cube qui permet de mettre le plus grand nombre possible de sphères ? Ce problème a occupé des générations de mathématiciens, et il n'a été résolu que récemment ; on a montré que l'empilement usuel était le meilleur possible. Le problème a figuré parmi les priorités de la National Science Foundation, aux USA, qui assurait qu'il avait des applications industrielles importantes : la solution permettrait en effet de ranger davantage d'oranges dans des caisses.

Or il n'échappera à personne que la confection de caisses d'orange n'est pas un travail de haute technologie. Il est confié en général à des personnels de faible qualification, ou bien il est mécanisé, lorsque cela est possible. Mettre une orange de plus ou de moins par caisse n'a pas grand intérêt ; par contre, ce qui compte c'est d'aller vite : on remplit une caisse, on la ferme, et hop ! on passe à la suivante. Une réflexion de haut niveau sur la disposition des oranges dans la caisse est donc de peu d'intérêt pratique. Le critère retenu pour l'optimisation n'est donc pas le bon : on a cru qu'il s'agissait d'un critère d'espace alors que la condition est que cela soit facile et que cela aille vite.

Ajoutons que le critère retenu est également de faible intérêt théorique. En effet, les oranges ne sont pas sphériques et elles ne sont pas toutes exactement de même dimension !

2. Le ramassage des ordures ménagères

Comme chacun sait, les ordures ménagères sont déposées le soir devant la porte des maisons ou des immeubles, et organiser une tournée consiste à les ramasser toutes. On peut vouloir faire cette tournée en minimisant la distance totale parcourue. Le monde académique considère ainsi que le ramassage des ordures est un exemple de problème de type « voyageur de commerce », qui s'énonce ainsi : étant donné N points dans un plan, trouver le chemin de longueur minimale qui passe par ces N points. Les problèmes de ce genre sont connus pour être « NP difficiles », ce qui signifie en langage clair que le temps d'ordinateur pour les résoudre croît exponentiellement avec N . D'où une franche délectation de la communauté mathématique, qui voit un lien direct entre les préoccupations les plus hautes (problèmes NP difficiles) et les plus basses (les ordures).

Il s'agit d'une complète mystification. Le problème du voyageur de commerce ne se préoccupe pas de l'aspect de la trajectoire : celle qui est retenue peut être arbitrairement anguleuse, c'est à dire comporter des virages à angle aigu. Or quiconque a regardé une benne à ordures peut observer qu'il s'agit d'un engin volumineux, qui n'effectue pas des quarts de tour sur place ! Les trajets réalisés par les bennes sont généralement simples : ils empruntent une rue, vont jusqu'au bout dans un secteur, et reviennent par la rue voisine. Le trajet total parcouru est approximativement égal à la longueur totale de la voirie. La vraie optimisation n'est pas du tout là.

La vraie optimisation, celle qui intéressera un maire ou un responsable de tournées, est celle-ci : quel est le nombre minimal de bennes dont j'ai besoin chaque année pour assurer le service ? La durée de la tournée n'importe qu'en second lieu. Si par exemple je peux faire la tournée le matin dans la commune A, je pourrai prêter les bennes l'après-midi à la commune B, et j'aurai ainsi économisé sur le total de bennes. On découpe ainsi la ville en secteurs ; chaque benne ramasse sur son secteur, selon un plan très simple, et passe ensuite à un autre secteur ou à une autre commune.

On s'aperçoit ici encore que le critère d'optimisation n'est pas le bon. On a cherché à minimiser une trajectoire, sans respecter les contraintes de manœuvrabilité inhérentes aux bennes, et on a oublié que le bon critère était le coût de possession annuel.

3. Empilement de matelas

J'étais une année au bord de la piscine, dans un hôtel en Tunisie, et je regardais un employé disposer les matelas : le soir il les réunissait en un gros tas et le matin il les redistribuait sur les chaises longues. Je me suis dit qu'il y avait là un intéressant problème d'optimisation : où mettre les tas et comment définir les trajets pour minimiser le travail de l'employé ? Et puis je me suis dit que c'était une très mauvaise idée : l'employé était payé à temps complet, pour être là et aider les clients. Lui suggérer un algorithme compliqué pour distribuer les matelas n'était pas forcément pertinent, compte tenu de sa formation, et quel était l'intérêt d'économiser quelques minutes sur cette tâche-là ?

On voit bien, sur ces trois exemples, où se situent les réelles difficultés au quotidien : contraintes de qualification humaine (matelas, oranges), de durée (oranges, ordures). Ajoutons évidemment que les données précises ne sont jamais disponibles : on ne connaît avec précision ni la taille des oranges, ni la position des poubelles, ni celle des chaises longues. Se procurer ces données serait inutile, coûteux et peu fiable (cela change d'un jour à l'autre !). On constate ainsi que les problèmes d'optimisation traités dans le monde académique n'ont pas grand'chose à voir avec les préoccupations effectives de la vie courante.

Bernard Beauzamy